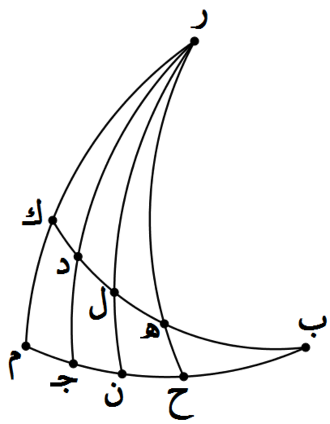
[٣-٢٥]

كه:



وليكن قوس جـ ح أصغر من قوس د هـ. فيكون حينئذ السطح الّذي يحيط قطر الكرة و قطر الدائرة المماسّة لـ ب د أصغر من السطح الّذي يحيط به قطر الدائرتين الّتين تمرّان بنقطتي هـ د و توازيان ب جـ، لكونهما على نسبة جيب جـ ح إلى جيب د هـ.[1] و نقول: إنّ نسبة جـ ح إلى د هـ يكون أعظم من نسبة قطر الدائرة المماسّة لـ ب د إلى قطر الدائرة المارّة بنقطة هـ، و أصغر من نسبة سطح قطر الكرة في قطر الدائرة المماسّة لـ ب د إلى سطح قطري الدائرتين المارّتين بنقطتي هـ د.

فلنخرج من ر قوسي ر ك م ر ل ن إخراجاً يكون به كلّ واحد من سطح جيب د ر في جيب ر ل و سطح جيب هـ ر في جيب ر ك مساوياً للسطح الّذي يحيط به قطر الكرة[2] و قطر الدائرة المماسّة لـ ب د الموازية لـ ب جـ.[3] فتقع نقطة ل فيما

[1] م:٣-٢٢.
[2] و الصحيح أن يساوي سطح نصف قطر الكرة في نصف قطر المماسّة لا قطرها لما يظهر من المتن وجهه.
[3] و قد يجيئ طريق أخراجها عند قول المحرّر.

بين نقطتي د ه.[٤] و من أجل تساوى السطوح المذكورة نعني سطح جيب ه ر في جيب ر ك و سطح جيب ل ر في جيب ر د و سطح قطر الكرة في قطر الدائرة

---

[٤] اعلم أنّ وقوع نقطة ل بين ه ك صحيح و لكنّها لم يجب أن تقع فيما بين د ه كما سيجيئ تحقيقه من المحرّر فيما بعد. و أمّا هناك فلنثبت أنّ ل تقع بين ه ك:

١. ب م:٣-٢٢ نسبة جيب ح جـ إلى جيب د ه كنسبة سطح نصف قطري الكرة و المماسّة أعني سطح جيب ر ل في جيب ر د إلى سطح جيب ه ر في جيب ر د ، بل كنسبة جيب ر ل إلى جيب ر ه فإذن نسبة جيبي جـ ح د ه كنسبة جيبي ل ر ر ه ، و كانت جـ ح أقل من جيب د ه و كان كلّ منها أقلّ من الربع ، يكون بمثل ما مرّ قوس ر ل أصغر من ه ر.

$$\xrightarrow{\text{م:}3-22}\ \frac{\text{جيب جـ ح}}{\text{جيب د ه}} = \frac{(\text{جيب ر د}\times\text{جيب ل ر}=)\ \text{نصف قطر المماسّة}\times\text{نصف قطر الكرة}}{\text{جيب د ر}\times\text{جيب ر ه}}$$

$$\xrightarrow{(\text{ق:}6-1)\ \frac{\text{جيب ل ر}}{\text{جيب ر ه}}=\frac{\text{جيب ر د}\times\text{جيب ل ر}}{\text{جيب ر د}\times\text{جيب ه ر}}}\ \frac{\text{جيب جـ ح}}{\text{جيب د ه}} = \frac{\text{جيب ل ر}}{\text{جيب ه ر}}\ \xrightarrow{\text{جيب د ه}>\text{جيب جـ ح}}\ \text{جيب ل ر} > \text{جيب ه ر}$$

$$\left.\begin{matrix}\text{جيب ل ر} > \text{جيب ه ر}\\ \text{ر ه ،ل ر} > \text{الربع}\end{matrix}\right\}\ \xRightarrow{\text{مقدمات الجيوب}}\ \text{ل ر} > \text{ه ر}$$

٢. كان سطح جيبي ه ر ك ر مساوية لسطح جيبي ل ر د ر ، فهنا أربعة متناسبة: نسبة جيب ل ر إلى جيب ه ر كنسبة جيب ك ر إلى جيب ر د ، و كانت جيب ر ه أعظم من جيب د ر ، فجيب ل ر أعظم من ك ر ، و كذلك قوس ل ر أعظم من ك ر.

$$\text{جيب ه ر}\times\text{جيب ك ر} = \text{جيب ل ر}\times\text{جيب د ر}\ \xLeftarrow{\text{ق:}6-16}\ \frac{\text{جيب ه ر}}{\text{جيب ر د}} = \frac{\text{جيب ل ر}}{\text{جيب ك ر}}$$

$$\xrightarrow{\text{جيب د ر}<\text{جيب ه ر}}\ \text{جيب ل ر} < \text{جيب ك ر}\ \xrightarrow{\text{الربع}>\text{ك ر، ر ل}}\ \text{ل ر} < \text{ك ر}$$

المماسّة لـ ب د تكون قوس جـ ن مساويّة لقوس د ل.[٥] و من أجل ما عليه هذه الصورة يتبيّن كما بيّن في الخطوط المستقيمة أنّ قوس ل هـ مساوية لإحدى قوسي جـ م ن ح. و لكنّها أعظم من ن ح.[٦] فقوس هـ ل إذن مساوية لـ قوس جـ م.[٧]

ثمّ إنّا إذا وصلنا بين نقطة تماسّ ب د للصغيرة الموازية لـ جـ ب و قطب جـ ب ، فهي تقوم على عظيمة ب د على قوائم ، و تكون أقلّ من الربع ، فهي أقصر قوس تصل بين القطب و عظيمة ب د.(ثاو:٣-١) فإذن يجب أن يقع القسيّ المذكورة على الترتيب من الأصغر إلى الأعظم. فلأنّ ر ل أصغر من ر هـ و أعظم من ر ك ، يجب أن يقع نقطة ل بين هـ ك. و أمّا ما ادّعاه من وقوعها بين هـ د فهو منقوض بما يقوله المحرّر فيما بعد.

[٥] توضيحه:

بـ م:٣-٢٢ كانت نسبة جيب جـ ن إلى جيب د ل كنسبة سطح قطر الكرة في قطر المماسّة إلى سطح جيب د ر في جيب ل ر. و لمّا كان سطح نصفي القطرين مساوياً لسطح الجيبين ، فجيب جـ ن مساو لجيب د ل ، و هما أقل من الربع ، فهما مساويان.

$$\xrightarrow{\text{ق:}3-22} \frac{\text{جيب جـ ن}}{\text{جيب د ل}} = \frac{\text{نصف قطر المماسة} \times \text{نصف قطر الكرة}}{\text{جيب رد} \times \text{جيب ل ر}} = \frac{1}{1} \Rightarrow \text{جيب جـ ن} = \text{جيب د ل}$$

[٦] وجه الأعظميّة: لمّا افترض أنّ جـ ح أصغر من هـ د ، و جـ ن مساوية لـ ل د ، فبعد اسقاطهما من جـ ح الأصغر و د هـ الأعظم بقي ل هـ أعظم من ن ح.

[٧] ذلك يتبيّن بعد ذكر مقدّمتين أورده الاستاد جمال الدين محمد:

الأولى: إذا كان قوسان مساويتين أقلّ من نصف الدائرة ، من دائرة متساوية و قسّمتا بنحو كان جيب القسم الأوّل من القوس الأولى إلى جيب القسم الأوّل من القسم الثاني كنسبة جيب القسم الثاني من القوس الأولى إلى جيب القسم الثاني من القوس الثانية ، كان القسم الأوّل من القوس الأولى مساويا للقسم الأوّل من القوس الثانية.

فقوس ا ب جـ مساوية لقوس ر هـ د ، و كانت جيوب ا ب ب جـ د هـ هـ ر أربعة متناسبة. فإذن نقول: ا ب مساوية لـ د هـ.

و وجهه: أنّا إذا رسمنا وتر القوسين المتساويتين و وصلنا بين المركز و نصفي قطر ب ك ح ط ل هـ و قطري م ح جـ ن ط ر ، كانت نسبة ا ك إلى ك جـ كنسبة جيب ا ب إلى ب جـ ، و أيضاً كانت نسبة د ل إلى ل ر كنسبة جيب د هـ إلى ر هـ ، و لمّا كانت نسبة جيب ا ب إلى ب جـ كنسبة جيب د هـ إلى هـ ر ، فنسبة ا ك إلى ك جـ كنسبة د ل إلى ل ر (لما مرّ في مقدّمات شكل القطاع) ، فبالتركيب (ق:٥-١٨) نسبة ا جـ إلى ك جـ كنسبة د ر إلى ل ر ، و كانت ا جـ مساوية لـ د ر ، فلذلك فتكون ك جـ مساوية لـ ل ر (ق:٥-١٢).

ثمّ لمّا كانت ا ب جـ مساوية لـ د هـ ر ، فـ ا م د ن مساويتان ، و كذلك زاويتا م جـ ا ن ر د. (ق:٥-٢٦)

فإذن في مثلّثي ح ك جـ ط ل ر ، ضلعا ح جـ ط ر (نصف القطر) و ضلعا ك جـ ل ر و زاويتا م جـ ك ن ر د متساوية ، فالمثلّثان متساويان ، و زاوية ب ح جـ كزاوية هـ ط ر ، (ق:١-٤) فقوس ب جـ مساوية لـ ر هـ. (ق:٥-٣٣)